

14. Октября

Олимпиада по математике.

9 класс

Всего 285

Тайминг 10 минут

Задача 1.

1) $|x| = -y$

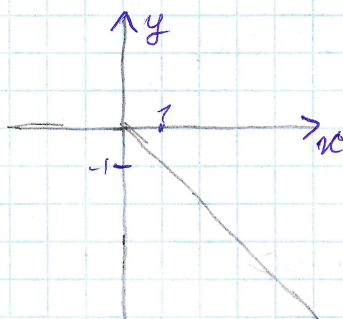
2) $|y| = x$

1)

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	-1	0	-1	-2

2)

x	2	1	0	-1	-2
y	-2	-1	0	-1	-2



Ответ: $x \in (0; +\infty)$

$y \in (0, +\infty) \cup (-\infty; 0)$

Задача 2. $(p+1)(q+1)r = pqr + 24$.

$(pq + p + q + 1)r = pqr + 24$

$pqr + pr + qr + r = pqr + 24$

$pr + qr + r = 24$.

$(p+q+1)r = 24 = 3 \cdot 3 \cdot 3$ т.к. p, q, r —

простые числа, то $r = 3$; $p+q+1 = 9$
 $p+q = 9-1 = 8 \Rightarrow p+q = 8$.

$$\Rightarrow p=3; q=5; r=3 \text{ или } p=5; q=3; r=3$$

$$p \cdot q \cdot r = 3 \cdot 5 \cdot 3 = 45.$$

Ответ: 45. 75

$$\text{Зад. 3} \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{5}{2}.$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{5}{2}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{5}{2} ab.$$

$$\left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{\frac{5}{2}ab + 2ab}{\frac{5}{2}ab - 2ab} =$$

$$= \frac{\frac{9}{2}ab}{\frac{1}{2}ab} = \frac{9ab}{1ab} = 9 = 3^2$$

a и b отрицательны $\Rightarrow$

$$\frac{a+b}{a-b} = -3$$

Ответ: -3. 75

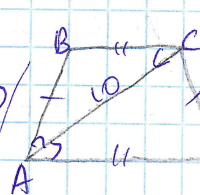
Зад. 4.

$$\angle BAC = \angle CAD$$

$$AC = 10.$$

Дано

$$BC > 5.$$



Решение:

$$\angle DAC = \angle ACB \text{ т.к. } BC \parallel AD$$

AC - секущая.

$$\Rightarrow \angle BAC = \angle ACB \text{ т.к. } \angle DAC = \angle BAC$$

$\triangle ABC$ - равнобедр., $AB = BC$.

$$AB + BC > AC$$

$$2BC > AC$$

$$AC = 10$$

$$2BC > 10$$

$BC > 5$. Т.к. сумма

2 сторон $\triangle$ -ка

больше третьей.

285